

$$\Rightarrow (A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$$

$$\Rightarrow A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$$

$$\Rightarrow A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (A \cup C)$$

$$\Rightarrow (A \cap B = A) \Leftrightarrow (A \subseteq B)$$

$$\Rightarrow (A \cup B = B \cap C) \Leftrightarrow (A \subseteq B \subseteq C)$$

### Exercice 7

A ; B et C des parties de E

Démontrer que :

$$\textcircled{1} A \subset B \subset C \Rightarrow A \cup B = B \cap C$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ A \cup B = A \cup C \end{cases} \Rightarrow B = C$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} A \cap B = B \cup C \\ A \cup B = A \cap C \end{cases} \Rightarrow A = B = C$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} A \cup B = C \\ A \cap C = B \end{cases} \Rightarrow A = B = C$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ \overline{A} \cap B = \overline{A} \cap C \end{cases} \Rightarrow B = C$$

$$\textcircled{6} A - B = A \Leftrightarrow B - A = B$$

### Exercice 8

E un ensemble non vide et P(E)

l'ensemble des parties de E

Prouver que :

$$\Rightarrow [(\forall A \in P(E)) A \cup X = E] \Rightarrow X = E$$

$$\Rightarrow [(\forall A \in P(E)) A \cap X = A] \Rightarrow X = E$$

$$\Rightarrow [(\forall A \in P(E)) A \cup X = A] \Rightarrow X = \emptyset$$

$$\Rightarrow [(\forall A \in P(E)) A \cap X = \emptyset] \Rightarrow X = \emptyset$$

### Exercice 9

E un ensemble non vide A et B des parties de E . On considère l'équation

$$A \cup X = B \quad (\alpha) \quad \text{avec } X \in P(E)$$

1) Sous quelle condition  $(\alpha)$  admet-elle des solutions

2) Déterminer une solution de  $(\alpha)$

3) soit X une solution de  $(\alpha)$ .

a) montrer que  $(B - A) \subset X \subset B$

b) déduire l'ensemble des solutions de  $(\alpha)$

## Les ensembles

### Exercice 1

On pose  $A_m = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| < m\}$  et  $m \in \mathbb{R}^+$

$\Rightarrow$  déterminer m pour que  $A_m \subset ]1,5[$

$\Rightarrow$  déterminer m pour que  $A_m \cap ]1,5[ = \emptyset$

### Exercice 2

$\Rightarrow$  déterminer en extension

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid 2x^2 + xy - y^2 - 5 = 0\}$$

$\Rightarrow$  déterminer en extension

$$B = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \quad A = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{3k'\pi}{4} \mid k' \in \mathbb{Z} \right\}$$

### Exercice 3

E un ensemble non vide A ; B et C des parties de E

Montrer que :

$$\textcircled{1} A \subset B \Rightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$$

$$\textcircled{2} A \subset B \Rightarrow A \cap \overline{B} = \emptyset$$

$$\textcircled{3} A \cap (B - C) = (A \cap B) - C$$

$$\textcircled{4} (A - B) - C = (A - B) \cap (A - C)$$

$$\textcircled{5} (A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$$

### Exercice 4

On considère  $E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^* \mid \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \right\}$

$\Rightarrow$  montrer que pour tout  $(x, y)$  de  $\mathbb{Z}^* \times \mathbb{Z}^*$

$$\text{on a : } (x, y) \in E \Leftrightarrow (x - 5)(y - 5) = 25$$

$\Rightarrow$  déterminer E en extension

### Exercice 5

Simplifier

$$1) A \cup (A \cap B)$$

$$2) (A \cup B) \cap (B \cap C) \cap (C \cup A)$$

$$3) (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$$

$$4) \overline{[(A \cap B) \cap (A \cap C)] \cup A}$$

$$5) \overline{A \cup B} \cap \overline{B \cup A}$$

### Exercice 6

E un ensemble non vide A ; B et C des parties de E . Montrer que :